

Взаимодействие на нано пукнатини във функционално подредена пиезоелектрична полуравнина

Цвятко Рангелов¹ and Петя Динева²

¹Институт по математика и информатика, БАН

²Институт по механика, БАН

Онлайн конференция 2022

" Нови скалируеми алгоритми и приложения "

1 декември 2022,

София

Съдържание

- 1 Резюме
- 2 Постановка на задачата
- 3 Гранично интегрално уравнение
- 4 Числено решение
- 5 Примерии и сравнение
- 6 Заключение

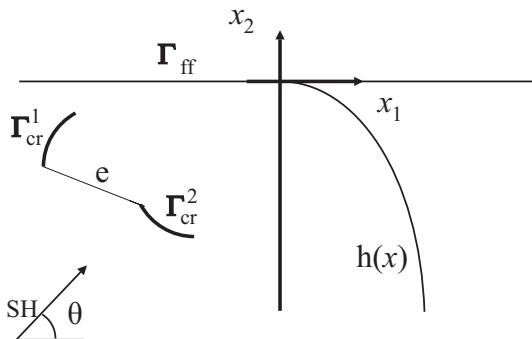
Изучава се система от нано-пукнатини в експоненциално подредена в дълбочина пиезоелектрична полу-равнина подложена на хармонични във времето вълни на срязване.

Математическият модел е гранична задача за система елиптични частни диференциални уравнения с променливи коефициенти и гранични условия от тип 3-та гранична задача, моделиращи повърхностния ефект върху нано пукнатините.

Числените решения се получават след свеждане на граничната задача до интегро-диференциални уравнения върху линиите на пукнатините използвайки функцията на Грийн в полуравнината, както и вълновото натоварване разпространяващо се вътре в полуравнината.

Докладът е на основата на публикувани тази година статии по проекта No BG05M2OP001-1.001-0003:

- Rangelov, T., Dineva, P. SH-Wave scattering by two nanocracks in a graded PEM plane. AIP Conference Proceedings, 2459, 1, AIP, 2022.
- T. Rangelov, Y. Stoyanov, P. Dineva, Dynamic nano-cracks interaction in graded magnetoelastic solid, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 52, 4, 2022, 335-350.
- T. Rangelov, P. Dineva, Green's function for inhomogeneous anti-plane PEM half-plane, Green's function and wave scattering in inhomogeneous anti-plane PEM half-plane, in: A. Slavova (Ed.), NTADES 2022, PROMS, v. 412, Springer Cham, 2022, to appear



Фигура 1: Нано-пукнатини в функционално подредена полу-равнина

Нано-пукнатини: характерен размер в интервала $[10^{-9}m, 10^{-7}m]$.
 Повърхостен параметър: μ^S характеризира пограничния слой
 върху пукнатината.

Материал PZT4: $c_{44}(x)$ коравина на срязване, $e_{15}(x)$
 пиезоелектрична проницаемост, $\varepsilon_{11}(x)$ диелектрична проницаемост.
 Нехомогенност: $h(x) = e^{ax^2}$, $c_{44}(x) = c_{44}^0 h(x)$, $e_{15}(x) = e_{15}^0 h(x)$,
 $\varepsilon_{11}(x) = \varepsilon_{11}^0 h(x)$, $\rho(x) = \rho^0 h(x)$.

Гранична задача:

Уравнение на динамичния баланс:

$$L(u) \equiv \sigma_{iJ,i}(x, \omega) + \rho_{JK}(x)\omega^2 u_K(x, \omega) = 0,$$

Гранични условия: $t_3(x, \omega) = \sigma_{n3} = -\mu^S \frac{\partial^2 u_3^S}{\partial l^2} = 0, x \in \Gamma = \Gamma_{cr}^1 \cup \Gamma_{cr}^2$.

Условие на Зомерфелд на безкрайност.

Граничната задача е еквивалентна на интегро-диференциално уравнение само върху Γ

$$\begin{aligned} & \gamma_{RJ}(x)(t_R^{ff}(x, \omega) - t_R^M(x, \omega)) \\ &= C_{iJKl}(x)n_i(x) \int_{\Gamma} \left[\left(G_{\eta PK}^*(x, y, \omega) u_{P, \eta}^{sc}(y, \omega) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \rho_{QP} \omega^2 g_{QK}^*(x, y, \omega) u_P^{sc}(y, \omega) \right) \delta_{\lambda l} \right. \\ & \quad \left. - G_{\lambda PK}^*(x, y, \omega) u_{P, l}^{sc}(y, \omega) \right] n_{\lambda}(y) d\Gamma, \quad x \in \Gamma. \end{aligned}$$

Функция на Грийн: $g_{QK}^*(x, y, \omega)$ и напрежението и $G_{\eta PK}^*(x, y, \omega)$

$L(g) = -\delta(x, y), x, y \in \mathbb{R}_-^2$ и $T^g|_{x_2=0} = 0$.

Вълна в полу-равнината: u_j^{ff} и $t_j^{ff}|_{x_2=0} = 0$.

Решение с дискретизация на пукнатините и колокационен метод, програма с Математика.

Пресмятане на фактора на интензивност на напрежението:

$$\text{механически: } F_{III}^*((x_1, 0), \omega) = \frac{\sigma_{23}((x_1, 0), \omega)}{\sigma \sqrt{\pi a}} \sqrt{2\pi(x_1 \mp a)}, \quad |x_1| > a,$$

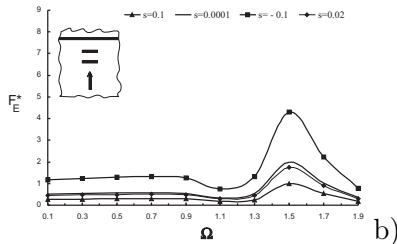
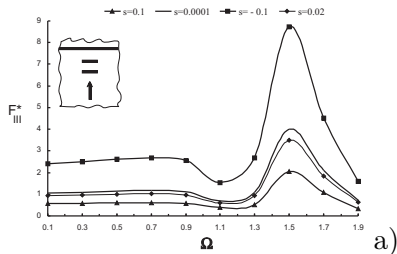
$$\text{електрически: } F_E^*((x_1, 0), \omega) = e_{15}^0 \frac{E_3((x_1, 0), \omega)}{\sigma \sqrt{\pi a}} \sqrt{2\pi(x_1 \mp a)}, \quad |x_1| > a,$$

$$E_3 = \frac{\sigma_{24}((x_1, 0), \omega) c_{44}^0 - \sigma_{23}((x_1, 0), \omega) e_{15}^0}{\varepsilon_{11}^0 c_{44}^0 + e_{15}^0{}^2}, \quad \sigma = \max_S \sqrt{\sigma_{23}^{in,2} + \sigma_{24}^{in,2}}.$$

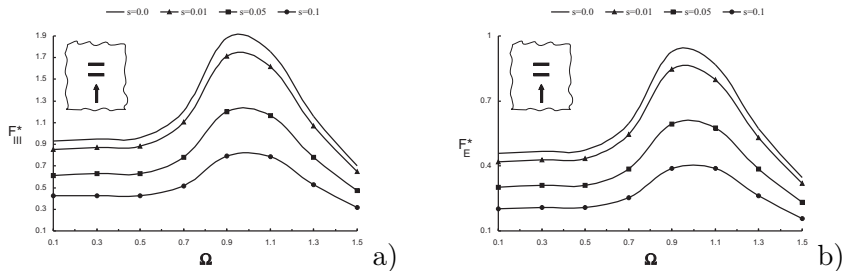
Материал PZT4: $c_{44}^0 = 2.5 \times 10^{10} N/m^2$, $e_{15}^0 = 12.7 C/m^2$,
 $\epsilon_{11}^0 = 64.6 \times 10^{-10} C/Vm$, $\rho^0 = 7500 kg/m^3$.

Безразмерна честота: $\Omega = c\omega\sqrt{\rho^0/b_0}$, $b_0 = c_{44}^0 + \frac{e_{15}^{02}}{\epsilon_{11}^0}$, $2c$ дължина на пукнатината, $c = 2.5 \times 10^{-9} m$, магнитуда на нехомогенността $\gamma = 2c|a|$.

Повърхностен параметър: $s = \frac{\mu^S}{2c_{44}^0 c c_s}$, където $\mu^S = \pm 6.091 N/m$.



Фигура 2: Нормализиран фактор на интензивност на механичното напрежение и на електрическото поле в долната пукнатина Γ_{cr}^2 , на разстояние s от горната пукнатина Γ_{cr}^2 , на разстояние $d = s$ от линията $x_2 = 0$, при $\gamma = 0.2$ и различни стойности на повърхностния параметър s : а) F_{III}^* , б) F_E^*



Фигура 3: Нормализиран фактор на интензивност на механичното напрежение и на електрическото поле в долната пукнатина Γ_{cr}^2 , на разстояние s от горната пукнатина Γ_{cr}^2 , в цялата равнина, при $\gamma = 0.2$ и различни стойности на повърхностния параметър s : а) F_{III}^* , б) F_E^*

Числените резултати показват зависимостта на обобщения фактор на интензивност на напрежението във върховете на пукнатините от параметрите на задачата, геометрията и взаимното разположение на пукнатините.